Archimede

RIVISTA PER GLI INSEGNANTI E I CULTORI DI MATEMATICHE PURE E APPLICATE

ANNO LXXVI OTTOBRE-DICEMBRE 2024 4/2024

Le Monnier

Archimede

Apriamo questo ultimo numero del 2024 con un articolo di Sara Campana sull'insegnamento della matematica nelle pluriclassi, ossia sezioni, presenti nelle 'piccole scuole', con alunni che frequentano diversi anni di corso. A seguire un articolo di Luca Granieri sulle funzioni periodiche nell'insegnamento secondario, che propone alcune risposte a domande molto frequenti. Abbiamo poi una nuova «Strana storia matematica» che riguarda un problema su un «ladro matematico». Nelle rubriche segnaliamo la seconda puntata su come trattare i concetti di intelligenza artificiale a scuola e la conclusione, con questo numero, della storica rubrica di «Enigmistica matematica», che salutiamo, ringraziando gli autori Margherita Barile, Stefano Campi e Giuseppe Pontrelli, dopo tanti anni passati insieme. Si conclude inoltre il ciclo di tavole a fumetti dedicate a Mandelbrot, ideato e disegnato da Lorenzo Palloni. Il titolo di quest'ultima storia è «Pura».

LE MONNIER

SOMMARIO

LA DIDATTICA DELLA MATEMATICA IN PLURICLASSE: L'UTILIZZO DI ARTEFATTI

di Sara Campana

INTRODUZIONE

Sono definite 'piccole scuole' quelle realtà scolastiche che, per la loro dislocazione geografica, raccolgono un numero esiguo di alunni e alunne (minore di 125 per le scuole della primaria e minore di 75 per le scuole secondarie). Sono una realtà rilevante nel contesto dell'istruzione: sul territorio italiano sono presenti circa 11.630 piccole scuole, dalla scuola dall'infanzia alla secondaria di primo grado, per un totale di 648.000 studenti e studentesse con un'incidenza del 33% rispetto al totale delle scuole italiane. Tra queste piccole scuole, 1325 sono scuole con pluriclassi, cioè sezioni con alunni che frequentano diversi anni di corso (con un numero di alunni e alunne per la scuola primaria che può variare da 8 a 18) ([1]).

La pluriclasse, per la sua natura di eterogeneità, richiede una ristrutturazione della didattica che utilizzi strategie trasversali all'età che siano in grado di includere tutti e tutte in attività collaborative e cooperative e che favoriscano, anche attraverso il confronto dialettico tra bambini e bambine di età diverse, lo sviluppo degli apprendimenti (Mangione, 2023).

In questo articolo verranno presentate esperienze di insegnamento-apprendimento nell'ambito della matematica, svolte in pluriclasse, che fanno riferimento all'uso di artefatti come strategia per promuovere l'apprendimento in situazioni in cui i livelli di sviluppo, di conoscenza e di abilità, non sono omogenei. Una situazione che, del resto, può presentarsi anche in classi omogenee per età.

1. L'USO DI ARTEFATTI E LA MEDIAZIONE SEMIOTICA

Nella didattica, in particolare nelle pluriclassi, è fondamentale attivare situazioni che vadano a favorire l'apprendimento di ciascun allievo e ciascuna allieva. Non è detto che tale individualizzazione e personalizzazione si realizzi soltanto attraverso la progettazione di attività differenti da proporre contemporaneamente a gruppi omogenei per età e conoscenze: si può favorire il processo di apprendimento in ciascun alunno e ciascuna alunna anche proponendo le stesse attività, purché queste siano a «pavimento basso e soffitto alto». Attività di questo tipo hanno caratte-

([1]) Dati riferiti al 2021; si veda https://piccolescuole.indire.it/ricerca/la-piccola-scuola-in-numeri/.

ristiche ben definite: consentono a tutti e tutte di cimentarsi in processi di esplorazione matematica; stimolano un approccio «multi-modale» e sollecitano più canali attraverso cui ricevere e comunicare informazioni (iconico, visivo-verbale, uditivo, cinestetico…); sono in grado di promuovere l'emergere delle idee e delle ipotesi in modo che, a livelli diversi, ciascuno possa partecipare alla costruzione condivisa e profonda della conoscenza matematica, sentendosi responsabile del proprio processo di apprendimento.

Un approccio che può favorire questa dimensione multi-modale nella didattica, è quello che fa riferimento alla Teoria della Mediazione Semiotica, secondo cui gli studenti sono accompagnati dal loro insegnante nella costruzione del proprio sapere matematico attraverso lo svolgimento di consegne ben progettate che fanno uso di artefatti scelti (Bartolini-Bussi – Mariotti, 2009). Il sostantivo *mediazione* deriva dal verbo mediare e si riferisce ad un processo in cui c'è qualcuno che media, cioè il mediatore, qualcosa che viene mediato, ossia il contenuto rilasciato dalla mediazione, qualcuno soggetto alla mediazione, ovvero il ricevente a cui la mediazione apporta qualche differenza, i mezzi della mediazione, cioè la modalità, e infine il luogo in cui la mediazione può avvenire (Hasan, 2002). Nel caso dei processi di insegnamento-apprendimento matematico che tratteremo in questo articolo, il mediatore è l'insegnante, il contenuto è il sapere matematico, i riceventi sono gli studenti. La modalità consiste in un ciclo in cui compare l'attività con un artefatto ([2]) che si realizza attraverso specifiche consegne che collegano lo schema d'uso dell'artefatto al significato matematico che si vuole costruire. L'attività con l'artefatto prevede la produzione di testi situati individuali o prodotti a piccoli gruppi, seguita dalla produzione collettiva di testi attraverso la successiva attività di discussione matematica orchestrata dall'insegnante.

([2]) Un artefatto è un oggetto o uno strumento creato e utilizzato dagli esseri umani che assume significato attraverso l'uso e l'interazione con esso. Un artefatto non è semplicemente un oggetto fisico, ma diventa un mediatore di significati e conoscenze attraverso i suoi processi di uso. Mariotti e Maffia fanno un esempio: «un bicchiere e un compasso possono essere due artefatti utilizzabili per tracciare un cerchio. Quando vengono utilizzati per disegnare, entrambi gli strumenti producono una traccia circolare (un cerchio), e per questa ragione, entrambi possono essere messi in relazione, e quindi evocare, la nozione matematica di cerchio. Ciò nonostante, malgrado il prodotto finale sia lo stesso, se li confrontiamo in relazione ai gesti compiuti, possiamo osservare che la procedura seguita è completamente differente ed evoca proprietà geometriche piuttosto diverse. Nel caso della combinazione di un bicchiere e una matita, lo schema di utilizzo si concentra sul movimento circolare della mano che tiene la matita; questo porta alla regolarità della forma specifica, regolarità che per un esperto può evocare la proprietà geometrica di curvatura costante; nel caso del compasso, lo schema di utilizzo si concentra sulla presenza del punto particolare dove è fissato l'ago della prima asta, sull'allargamento delle due aste e sulla costanza di tale allargamento nel tracciare la forma rotonda. Per un esperto, tutto questo può evocare la nozione di centro, la nozione di raggio e la proprietà di costanza della distanza tra il centro e un qualsiasi punto sulla circonferenza. In generale, definiamo il potenziale semiotico di un artefatto come la doppia relazione che può istaurarsi tra un artefatto, i significati personali che emergono dal suo utilizzo per svolgere un compito (attività strumentale) e i significati matematici evocati dal suo utilizzo e riconoscibili come matematica da un esperto». Si veda Mariotti M.A., Maffia A., *Dall'utilizzo degli artefatti ai significati matematici: il ruolo dell'insegnante nel processo di mediazione semiotica*, DdM 2018 (4)

2. L'ARTEFATTO, LO SCHEMA D'USO, LA CONSEGNA: UN ESEMPIO DAL PROGETTO PERCONTARE

Un esempio di didattica inquadrata all'interno della Teoria della Mediazione Semiotica lo troviamo nelle proposte del progetto PerContare ([3]), realizzato con il supporto scientifico di esperti nel settore della didattica della matematica.

Tutti i percorsi didattici presenti nelle guide sviluppate da PerContare contengono attività che abbiamo precedentemente definito a pavimento basso e soffitto alto e sono strutturati tenendo conto del ciclo didattico della mediazione semiotica: «Nel momento della progettazione l'insegnante deve compiere scelte oculate riguardanti la scelta degli artefatti, il Sapere con cui ci si vuole mettere in relazione e le consegne da scegliere o progettare. In un secondo momento, l'insegnante deve gestire la ricchezza delle risposte alle consegne da parte degli studenti per orientarle verso la costruzione dei significati matematici con i quali ha scelto di mettersi in relazione, facendo attenzione a come osservare l'attività degli studenti, come interagire con gli studenti, come favorire la costruzione di testi matematici (fissandoli nel tempo nella memoria degli studenti e del gruppo)» (Baccaglini-Frank *et al.*, 2012).

Le guide del progetto PerContare sostengono la progettazione in classe fornendo per ciascun percorso proposto un quadro teorico di riferimento, la descrizione degli artefatti e di come il loro utilizzo possa favorire l'acquisizione di specifici significati matematici, le buone consegne rispetto all'uso dell'artefatto e i materiali concreti per raccogliere ed utilizzare i segni situati prodotti dagli studenti. Inoltre, sono presenti esempi e suggerimenti su come gestire in modo efficace le situazioni che possono presentarsi in classe. Per ogni percorso sono previste delle fasi collegate al ciclo didattico, riportate in un copione dettagliato da cui partire per proporre le attività, come quello riportato in Figura 1.

Molti percorsi prevedono l'utilizzo di artefatti che possono essere usati in continuità da una classe all'altra, favorendo così la costruzione di attività *a spirale* nelle quali l'artefatto utilizzato è lo stesso ma cambia la complessità della consegna. Questa è una situazione ideale per la didattica in pluriclasse. Per esempio, consideriamo uno degli artefatti presentati dal progetto PerContare relativo all'acquisizione del concetto matematico di valore posizionale delle cifre: il bruco dei numeri (Figura 2) (Baccaglini-Frank *et al.*, 2021). Questo artefatto può essere utilizzato dalla classe prima alla classe quinta, partendo dalla scomposizione di numeri naturali composti da decine e unità, per passare a numeri più grandi, fino ad arrivare alla scomposizione dei numeri decimali: è così possibile utilizzare lo stesso artefatto per classi differenti lavorando in continuità sullo stesso significato matematico. Lo schema d'uso di questo artefatto riguarda la possibilità di allungarsi ed accorciarsi (che richiama proprio la struttura di un bruco): quando il bruco è accorciato presenta il numero così come è scritto, quando invece è allungato si visualizza il valore di ogni cifra espresso in unità.

([3]) https://www.percontare.it/.

Attività bruco della posizionalità – fase 1: esploriamo il bruco

Intro

	In questa fase si lavora sulla costruzione del «bruco della posizionalità» (che chiameremo «bruco dei numeri» per avvicinare le bambine e i bambini alla scrittura polinominale dei numeri.

Materiali e setting

	Attività a piccolo gruppo, massimo 4 bambine/bambini (cooperative learning se utilizzato come metodologia di lavoro della classe). Serviranno, per ogni gruppo: • 1 Bruco dei numeri insieme alle tessere (scheda 1_bruco_fase1_esploriamo_il_bruco). Il bruco dovà essere di formato grande in modo che possa essere mostrato a tutta la classe. (Per la costruzione del bruco dei numeri e relative tessere vedi video nell'elenco dei materiali generali dell'attività). • scheda 2_bruco_fase1_esploriamo_il_bruco (1 per ogni gruppo). Servirà per l'insegnante: • Un bruco in formato grande, in modo che possa essere mostrato a tutta la classe. L'insegnante predisporrà almeno un «bruco dei numeri» per ogni gruppo che formerà in classe (usando la scheda 1_bruco_fase1_esploriamo_il_bruco). In alternativa l'insegnante potrà assegnare la costruzione del bruco in un altro momento della giornata scolastica oppure come compito a casa prima dello svolgimento di questa attività.

Lancio

Tempi	In questa prima fase solo l'insegnante avrà un bruco dei numeri in mano con il numero 123 che alla classe, già suddivisa in gruppi, verrà mostrato chiuso. L'insegnante inizierà ad allungare il bruco dalla coda e questo produrrà la comparsa di una differente scrittura che contiene gli zeri 'nascosti': $100 + 20 + 3$. Questa scrittura anticipa la scrittura polinominale del numero (che nel caso di 123 corrisponde a $100 + 2 \times 101 + 3 \times 100$) che i bambini vedranno in anni successivi, ed è il prerequisito principale per introdurre la moltiplicazione con diagrammi rettangolo, come vedremo nell'attività successiva. **Conegna**: A questo punto l'insegnante dovrà controllare che ogni gruppo abbia almeno 1 bruco (costruito dall'insegnante o dai bambini stessi). Le bambine e i bambini potranno così provare a maneggiarlo.
	L'insegnante, consegnando la scheda2 (scheda 2_bruco_fase1_esploriamo_il_bruco), chiederà: «Osservate attentamente il vostro bruco dei numeri. Discutete con i vostri compagni, provando a stabilire che cos'è, come è fatto, come funziona, a cosa può servire, secondo voi. Potete aiutarvi con le domande della scheda».

Esplorazione

Tempi	I bambini analizzano com'è costruito il bruco; dovranno effettuare un'analisi dell'artefatto con particolare attenzione al com'è fatto. In questa fase l'insegnante dovrà porre particolare attenzione alla scoperta da parte dei bambini della modellizzazione che il bruco permette (*quante caselle mi occorrono per scrivere un numero di 3 cifre? e di 4?... Il numero come composizione/scomposizione, scritture differenti del numero*, ecc.). Quando i bambini avranno finito di osservare, l'insegnante chiederà loro di rispondere per iscritto alle domande presenti sulla scheda opertiva (scheda 2_bruco_fase1_esploriamo_il_bruco) e di provare a motivare le loro scelte.

Discussione

Tempi	Una volta terminata l'esplorazione dell'artefatto e la compilazione della scheda, l'insegnante chiama un portavoce per ogni gruppo. Il portavoce, sempre aiutandosi con la scheda compilata, prova a spiegare agli altri gruppi cosa sia per loro questo artefatto, come sia realizzato, come funzioni, a cosa possa servire, ma soprattutto le motivazioni di queste riflessioni. Sarà necessario prestare attenzione ad eventuali generalizzazioni e modellizzazioni che l'artefatto potrebbe veicolare. **Attenzione:** Chiedere ai bambini di conservare il proprio bruco o il bruco del gruppo perché serviranno nella fase successiva.

Conclusioni

Tempi	L'insegnante, a questo punto, farà sintesi degli elementi emersi dalla discussione, sottolineando in particolare quanto ipotizzato dai bambini circa il funzionamento del bruco (riprendendo p. es. espressioni come «nasconde l'addizione», «se lo apri trovi degli zeri» ecc.). Dovrà enfatizzare quegli elementi che riportano alla composizione e scomposizione numeriche; inoltre potrà lanciare l'idea del bruco come gioco della classe. Questo aspetto è coerente con il lavoro di composizione e scomposizine numerica articolata in tutto il progetto PerContare.

Figura **1** – Esempio di copione delle guide di PerContare.

Ogni artefatto proposto nel progetto viene introdotto la prima volta in classe stimolando i bambini e le bambine ad esplorarlo attraverso le seguenti domande-guida:

- Cos'è?
- Com'è fatto?
- Cosa posso farci?

Successivamente si propongono delle consegne sotto forma di problem solving nelle quali è prevista una produzione di segni (Figura 3); nella fase di discussione il docente riprende alcuni segni prodotti e stimola il confronto con delle domande-guida, focalizzandosi su alcuni segni specifici e su determinati schemi d'uso con l'obiettivo di guidare verso la decontestualizzazione e la costruzione del significato matematico.

Figura 2 – Il bruco dei numeri.

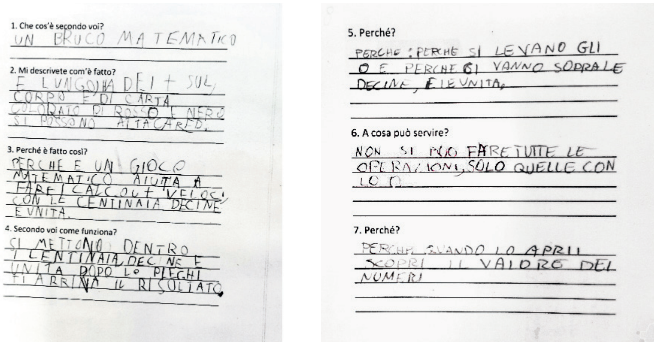


Figura 3 – La consegna e un esempio di segni situati prodotti dai bambini.

Come previsto dal copione presentato in Figura 1, relativo all'attività con il bruco dei numeri, durante la fase di discussione l'insegnante promuove la condivisione in classe dei testi situati da parte dei bambini e delle bambine. A partire da questi testi che sono emersi durante la manipolazione dell'artefatto e che poi sono stati messi per iscritto (Figura 3), l'insegnante farà un lavoro per agganciare i significati matematici. Per esempio, partendo da espressioni utilizzate dai bambini e dalle bambine come «*Ha dei + sul corpo*» e «*Ci metti dentro le centinaia, le decine* *e le unità e quando lo pieghi scopri il risultato*» e ancora «*Quando lo apri scopri il valore dei numeri*», è stato possibile, grazie alla discussione di classe, lavorare sulla dimensione addizionale nella costruzione del numero e sul valore posizionale delle cifre.

2.1 ALCUNI VANTAGGI DI UNA DIDATTICA CON ARTEFATTI E IL RUOLO DELL'INSEGNANTE

L'approccio didattico, inquadrato all'interno della Teoria della Mediazione Semiotica, proposto nelle guide di PerContare presenta molteplici vantaggi rispetto all'inclusività, che è un aspetto molto importante specialmente nel contesto delle pluriclassi.

Tra essi, ho osservato che:

- La manipolazione di un artefatto offre la possibilità di sperimentare modalità di interazione diverse, anche in base alle proprie consapevolezze, alle proprie abilità cognitive e alle proprie strategie di apprendimento; l'uso di attività manipolative per l'insegnamento della matematica è una strategia educativa usata da lungo tempo, basata su teorie che sostengono che i bambini hanno bisogno di riferimenti concreti per sviluppare concetti matematici astratti.
- La fase operativa con l'artefatto viene introdotta attraverso un compito sfidante che favorisce il coinvolgimento attivo di tutte e tutti i bambini e consente di utilizzare più strategie e approcci risolutivi diversi rispetto ad unico ed univoco processo.
- I testi situati prodotti costituiscono nella loro varietà un'opportunità per tutti di dare un contributo alla costruzione del sapere matematico che l'insegnante ha posto come contenuto della mediazione.
- Attraverso la discussione matematica, con la guida dell'insegnante, gli allievi si confrontano sulle diverse strategie elaborate: in questi momenti collettivi emergono i conflitti cognitivi e quindi le idee «errate» diventano l'occasione per ridefinire i concetti non ancora padroneggiati ed acquisirne consapevolezza (Brault, 2023). È in questa fase che si rendono esplicite le relazioni tra significati matematici costruiti e da costruire, introducendo i segni matematici e formulandone una definizione.

Da questa riflessione emerge che le guide offrono materiali di qualità e ben strutturati per impostare percorsi inclusivi che possono coinvolgere tutti i bambini e le bambine in una pluriclasse e, allo stesso tempo, emerge la centralità del ruolo dell'insegnante. Infatti, l'insegnante, in qualità di mediatore, ha il compito di incoraggiare la partecipazione di tutti nel dare il proprio contributo alla crescita intellettuale della classe; fornire molteplici punti di accesso al materiale e sostenere l'aspettativa che tutti gli studenti siano in grado di partecipare, proponendo compiti che possano essere affrontati in più modi e da più prospettive; favorire situazioni di confronto per generare connessioni tra differenti approcci; incoraggiare la generalizzazione e il perfezionamento delle idee: partire dai commenti degli alunni, anche quando solo parzialmente corretti, sostenendo anche l'uso di più registri linguistici; chiedere di ripetere e spiegare ciò che viene detto da un compagno utilizzando, se si conoscono, termini più specifici; promuovere la partecipazione di tutti alle discussioni collettive.

3. UN ESEMPIO DA UNA PLURICLASSE TERZA-QUARTA-QUINTA

AMBITO: SPAZIO E FIGURE
COMPETENZE Riconosce e rappresenta forme del piano e dello spazio Descrive, denomina e classifica figure in base a caratteristiche geometriche, ne determina misure, progetta e costruisce modelli concreti di diverso tipo
OBIETTIVI CLASSE TERZA - QUARTA - QUINTA Descrivere, denominare e classificare figure geometriche, identificandone gli elementi significativi. Utilizzare i concetti di perpendicolarità, parallelismo, orizzontalità, verticalità. Argomentare sui criteri che sono stati usati per realizzare classificazioni e ordinamenti assegnati

L'attività descritta di seguito è stata proposta ad una pluriclasse terza-quarta-quinta e si inserisce in un percorso ripreso dal progetto PerContare che riguarda l'individuazione delle proprietà di alcuni quadrilateri. Questa fase si occupa nello specifico dei trapezi e si avvale sia dell'utilizzo di un software di geometria dinamica (Geogebra) sia di artefatti fisici (striscia di acetato e spaghetti). «L'intento di questo lavoro è quello di approcciare ad un importante concetto geometrico come quello delle coppie di rette parallele e della loro distanza, visualizzandole rispettivamente come 'bordi' di una striscia e come altezza della striscia stessa, che serviranno per costruire con i bambini e le bambine dei criteri di classificazione dei quadrilateri. In questo caso specifico si procederà ad esplorare la figura che si ottiene intersecando una coppia di rette parallele con due rette qualsiasi» ([4]).

La prima fase di questo percorso prevede la manipolazione di una striscia formata da due rette parallele vincolate tra loro (mantengono il parallelismo) e di due rette nel piano (Figura 4).

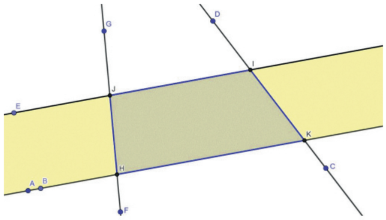
> *Leggete attentamente le richieste che trovate nella scheda operativa. Provate a muovere i punti e le rette che trovate nel file «Striscia gialla 2.ggb» e cercate di descrivere che figura può diventare il poligono che risulta dall'intersezione delle*

([4]) Percorso al seguente link https://www.percontare.it/guide/classe-quinta/proprieta-dei-poligoni/proprieta-dei-poligoni-fase-1/.

due rette CD e FG con la striscia gialla. Nel gruppo, condividete le vostre osservazioni, e con le vostre parole, riportatele sulla scheda operativa. Ovviamente, se avete delle difficoltà, chiedete pure, vi potrò dare tutte le indicazioni di cui avrete bisogno. Quando avrete completato, ci confronteremo per capire se avremo osservato tutti le stesse cose o avremo trovato cose differenti.

Scheda1_proprietà dei poligoni_fase1_un problema... strisciante - https://www.percontare.it/

Il software *"Striscia gialla 2.ggb"* presenta questa situazione di partenza:



Muovendo i punti e/o le rette presenti, che figura può diventare il poligono KIJH?

Provate a riprodurre i poligoni che riuscite ad ottenere e provate a descriverli.

Disegna qui	Descrivi qui

Figura **4** – Scheda operativa per l'attività in Geogebra con la striscia.

Come in ogni percorso proposto in PerContare, all'artefatto è sempre collegata una consegna ben progettata. In questo caso si chiede di interagire con il software e di produrre una descrizione, accompagnata dalla rappresentazione grafica, di ciò che si osserva: descrivere un'osservazione, un'ipotesi, un'esperienza o una percezione sensoriale è un atto di tipo sia cognitivo che metacognitivo (Figura 5). La descrizione attraverso il linguaggio farà emergere anche situazioni di errore, incompiutezza, disorganicità, ma è analizzando quanto scritto e rappresentato e discutendone con gli altri che si supera l'errore e si genera un sapere condiviso e validato, e questo spesso avviene in modo particolarmente significativo nell'interazione tra bambini e bambine di età diverse.

In linea con le osservazioni fatte nelle sezioni precedenti, la consegna proposta consente un'interazione a diversi livelli in un'ottica inclusiva. Anche i bambini di età inferiore manipolano gli oggetti nel software, osservano le variazioni delle figure generate, le riproducono e le descrivono iniziando a cogliere e distinguere quali sono gli elementi che variano e quelli che non variano nelle diverse trasformazioni.

0020.ARCH4_24_Campana_210_221.indd 217 07/03/25 11:10

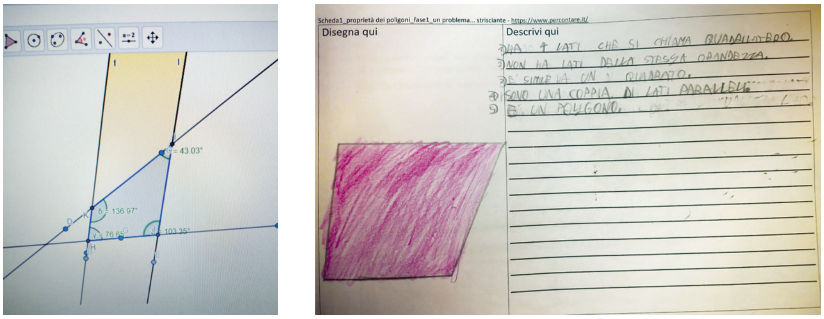
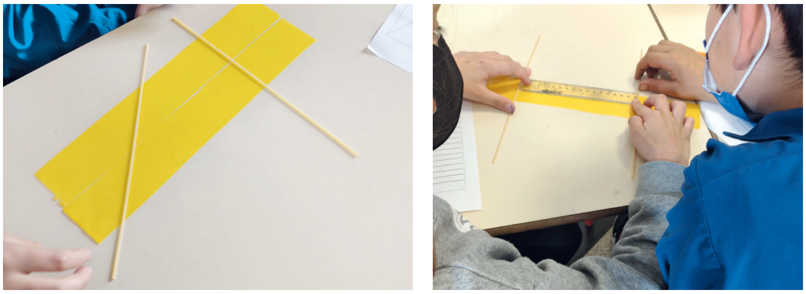
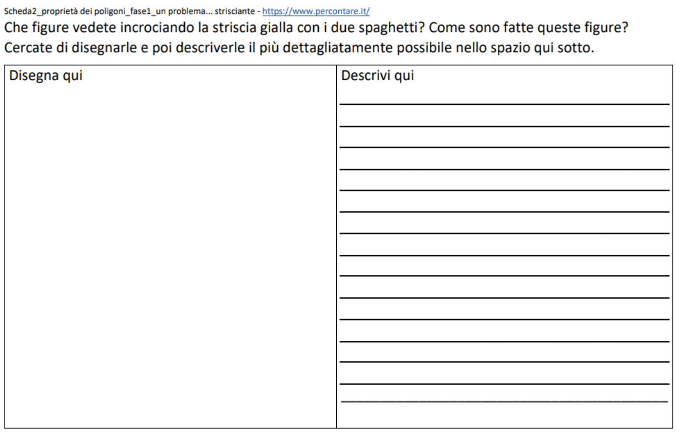


Figura **5** – Dalla manipolazione dell'artefatto ai testi scritti.

Dopo la prima fase con l'artefatto digitale, si passa alla manipolazione di un artefatto fisico. Questa volta si chiede di manipolare una striscia di acetato giallo e degli spaghetti. L'attività, grazie anche alla scheda operativa che la accompagna (Figura 6) continua a essere «a pavimento basso e soffitto alto», poiché consente a tutti di produrre segni situati sui quali, a livelli diversi, è possibile costruire significati matematici.




Scheda2_proprietà dei poligoni_fase1_un problema... strisciante - https://www.percontare.it/

Che figure vedete incrociando la striscia gialla con i due spaghetti? Come sono fatte queste figure?
Cercate di disegnarle e poi descriverle il più dettagliatamente possibile nello spazio qui sotto.

Disegna qui	Descrivi qui

Figura **6** – L'artefatto fisico «striscia» e la scheda operativa per l'attività.

Riporto di seguito uno stralcio della discussione che ha caratterizzato lo svolgimento di questa attività nella pluriclasse in esame. Penso che sia importante notare come tutti, indipendentemente dall'età (bambini di terza contrassegnati con 3 A e 3 B; bambina di quarta con 4 A; bambini di quinta con 5 A e 5 B) partecipino alla discussione arrivando a costruire insieme significati matematici rilevanti.

> 4 A: Vengono fuori gli stessi quadrilateri di Geogebra solo che qui la striscia non si può stringere e allargare
> 5 A: Anche questi sono tutti trapezi, perché i due bordi della striscia sono sempre paralleli. Però se gli spaghetti si incrociano proprio sul bordo della striscia, allora viene fuori un triangolo
> 3 A: Noi abbiamo un quadrilatero che sembra un rettangolo
> Ins.: Perché dite che sembra un rettangolo?
> 3 A: Abbiamo provato a mettere gli spaghetti diritti con il righello, come nel rettangolo
> Ins.: In che senso diritti?
> 3 A: Che stavano pari tra loro (mette le mani parallele tra loro)
> Ins.: Cosa intendi dire con «pari tra loro»?
> 3 A: Pari, così (indica le mani) sempre vicini allo stesso modo
> Ins.: Vicini a cosa…
> 3 A: Vicini tra loro.
> 5 B: Sì, nel senso che li abbiamo messi paralleli, che stanno sempre alla stessa distanza
> Ins.: Va bene, A. (5 B) ha usato la parola «paralleli» che, come ha detto G. (3 A), vuol dire che sono sempre vicini tra loro allo stesso modo, cioè che la loro distanza è sempre la stessa. Ma come si potrebbe fare a vedere se davvero gli spaghetti sono «sempre vicini allo stesso modo», cioè che la distanza tra loro è sempre la stessa e che quindi sono paralleli?
> 3 B: se i lati paralleli che stanno sui bordi della striscia sono lunghi uguali, allora vuol dire che gli spaghetti sono vicini allo stesso modo sia sopra che sotto
> Ins.: Quindi, questo trapezio che avete formato ha i due lati opposti formati dalla striscia sicuramente paralleli, ma utilizzando il righello per posizionare gli spaghetti avete detto che sono paralleli anche gli altri due lati …e avete detto che così è anche un rettangolo.
> 5 B: Sì, perché il rettangolo ha i lati opposti paralleli due e due.

In discussioni come quella sopra riportata si nota che i bambini e le bambine più grandi hanno già acquisito un linguaggio specifico che quelli più piccoli non conoscono: durante il lavoro in classe, che prevede sempre fasi di manipolazione, sperimentazione, rappresentazione, descrizione e discussione collettiva, i primi tentativi di approccio al linguaggio matematico dei più piccoli si intrecciano e si arricchiscono del linguaggio specifico utilizzato dai più grandi. Ad esempio nel dialogo qui riportato il bambino di terza (3 A) tenta di descrivere con gesti e parole di uso comune le caratteristiche che osserva sulla relazione tra due spaghetti che costituiscono i lati del trapezio: «*pari, così (indica le mani) sempre vicini allo stesso modo*» e la bambina di quinta (5 B) perfeziona il linguaggio definendo i due spaghetti «*paralleli, che stanno sempre alla stessa distanza*». In questa situazione, non è l'insegnante che chiede alla bambina di quinta di descrivere una figura geometrica ma è la bambina stessa che sente l'esigenza di aiutare il compagno nel suo tentativo di descrivere ciò che ha fatto. Questo tipo di confronto favorisce la consapevolezza, nella bambina più grande, che il linguaggio matematico è importante perché comprende la difficoltà che sta incontrando il compagno che invece ancora non lo possiede. Allo stesso tempo, il bambino più piccolo sta acquisendo la conoscenza di un termine specifico (parallelo) apprendendone il significato in situazione. In questo processo, tutti i bambini trovano il proprio spazio di azione, interazione e costruzione di significati matematici, anche se a livello diverso. Mentre la bambina di terza (3 B) afferma che «*se i lati parelleli che stanno sui bordi della striscia sono lunghi uguali, allora vuol dire che gli spaghetti sono vicini allo stesso modo sia sopra che sotto*» dimostrando di aver quindi iniziato a ragionare sulla relazione tra rette parallele, il bambino di quinta (5 B) deduce che il poligono generato è anche un rettangolo e lo argomenta dicendo che anche gli altri due lati opposti sono paralleli.

Nonostante lo stralcio della discussione riportato sia molto breve emerge l'importante ruolo dell'insegnante nel guidare la discussione. Infatti, sottolinea gli aspetti cruciali, porta avanti e fa evolvere la discussione attraverso nuove domande, sollecita la partecipazione di tutti, riprende i segni situati prodotti dai bambini e su questi genera nuove riflessioni. Per fare un solo esempio, l'insegnante decide di sfruttare e riprendere l'affermazione del bambino di classe quinta (5 B), per sottolineare che tutti i poligoni individuati sono generati sempre e comunque a partire da una striscia formata da due rette parallele e che quindi sono tutti trapezi.

RIFLESSIONI CONCLUSIVE

Insegnanti che lavorano in una pluriclasse si trovano a dover affrontare, ogni singolo giorno, attività e significati matematici che si sviluppano dalla classe prima alla classe quinta. Questa gestione non è affatto semplice e richiede prima di tutto il supporto di una formazione costante. Un insegnante che lavora in una pluriclasse è chiamato a scegliere su quali obietti significativi e fondanti della disciplina ritiene opportuno lavorare e come farlo. A supporto di questa scelta, le Indicazioni Nazionali per il Curricolo ci danno chiare indicazioni: «La costruzione del pensiero matematico è un processo lungo e progressivo nel quale concetti, abilità, competenze e atteggiamenti vengono ritrovati, intrecciati, consolidati e sviluppati a più riprese; è un processo che comporta anche difficoltà linguistiche e che richiede un'acquisizione lenta e graduale del linguaggio matematico» (MIUR 2012). Nell'ottica di un curricolo costruito come una spirale, si possono scegliere alcuni obiettivi e su questi promuovere l'attivazione di diversi processi cognitivi, favorendo la costruzione dei significati matematici attraverso l'utilizzo di artefatti e proponendo situazioni di problem solving. I percorsi che si trovano nelle guide di PerContare sono strutturati tenendo conto di questa impostazione: nelle attività proposte il laboratorio diventa non tanto un luogo, quanto un tempo inteso come momento in cui l'alunno è attivo. «In matematica, come nelle altre discipline scientifiche, è elemento fondamentale il laboratorio, inteso sia come luogo fisico sia come *momento in cui l'alun-*

no è attivo, formula le proprie ipotesi e ne controlla le conseguenze, progetta e sperimenta, discute e argomenta le proprie scelte, impara a raccogliere dati, negozia e costruisce significati, porta a conclusioni temporanee e a nuove aperture la costruzione delle conoscenze personali e collettive» (MIUR 2012).

Sara Campana
s.campana.74@gmail.com

Bibliografia

Arzarello F., *Insegnamento/apprendimento della matematica in contesti digitali*, in «La rivista pedagogica e culturale del movimento di cooperazione educativa», Erickson, Trento, 2023.
Baccaglini-Frank A., Ramploud A., Bartolini Bussi M.G., *Informatica zero*, Edutech, 2012.
Baccaglini-Frank A., Di Martino P., Natalini R., Rosolini G., *Didattica della matematica*, Mondadori Education, Milano, 2018.
Baccaglini-Frank A., Di Martino P., Mellone M., Munarini R., Ramploud A., *Il bruco matematico*, Erickson, Trento, 2021.
Baccaglini-Frank A., *Potenzialità Didattiche di Alcune Attività*, in «Geometria Dinamica. Insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate», 35B, 2012, n. 1, pp. 27-50.
Bartolini Bussi, M.G., Mariotti, M.A., *Mediazione semiotica nella didattica della matematica: artefatti e segni nella tradizione di Vygotskij*, «L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate», 32, 2009, pp. 269-294.
Brault R., *Matematica all'Icem* (traduzione di Merlo D. e Geminati M.), in «La rivista pedagogica e culturale del movimento di cooperazione educativa», Erickson, Trento, marzo 2023.
Hattie J., *Apprendimento visibile, insegnamento efficace*, Erickson, Trento, 2016.
Mangione G.R.J., *Insegnare nella pluriclasse. Curricolo, spazio e tecnologie*, Scholé, Brescia, 2023.
Miur, *Indicazioni Nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione*, 2012.
Parigi L., *Insegnare nella pluriclasse. La didattica tra sapere pratico e ricerca*, Scholé, Brescia, 2023.
Pontecorvo C., Ajello A.M., Zucchermaglio C., *Discutendo s'impara*, Carocci, Roma, 2004.